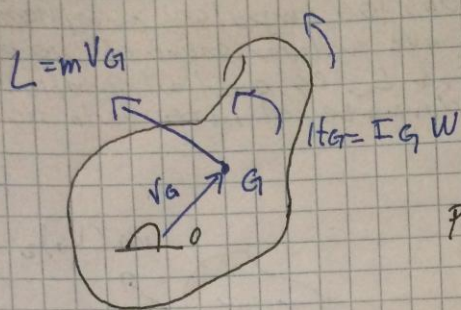


Si es desde un punto "0"



$$H_O = I_G \omega + r_G (m v_G)$$

$$v_G = r_G \omega$$

$$H_O = (I_G + m r_G^2) \omega$$

Por lo tanto

$$H_O = I_O \omega$$

Movimiento en el Plano General

$$L = m v_G$$

$$H_G = I_G \omega$$

Principio de Impulso y Momento

El momento para un cuerpo rígido se desarrolla al combinar la ecuación de movimiento con la cinética. La ecuación resultante permitiría una solución directa a los problemas que involucran fuerza, velocidad y tiempo.

La ecuación del movimiento de traslación para un cuerpo rígido es:

$$\sum F = m a_G = m (dr/dt)$$

si masa cte

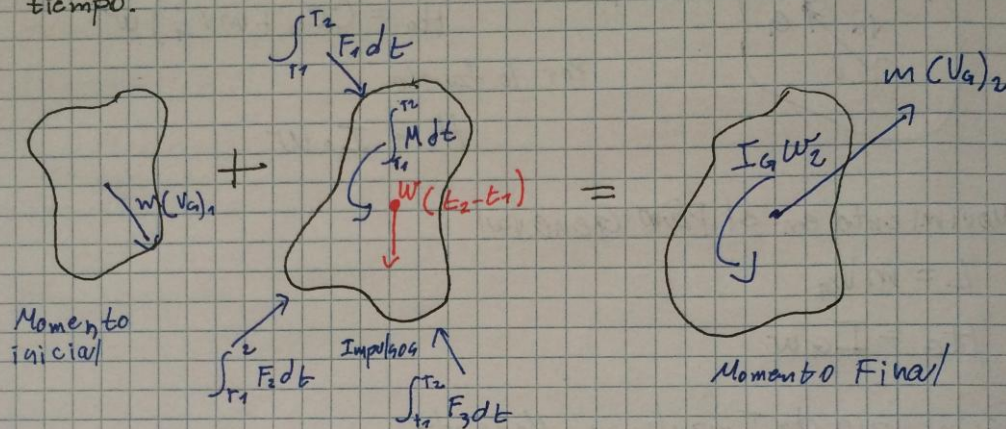
$$\sum F = \frac{d}{dt} (m v_G)$$

al multiplicar ambos lados por dt e integrar con respecto de $t = t_1$ a $t = t_2$; $v_G = (v_G)_1$, $t = t_2$, $v_G = (v_G)_2$ entonces

$$\sum \int_{t_1}^{t_2} F dt = m(v_G)_2 - m(v_G)_1$$

Esta es la ecuación como el principio del impulso inicial y el momento.

Establece que la suma de todos los impulsos originados por el sistema externo de fuerzas que actúan sobre el cuerpo durante el intervalo de tiempo t_1 a t_2 es igual al cambio en el momento lineal del cuerpo durante el intervalo de tiempo.



Principio del impulso angular y el momento

$$\sum M_G = I_G \alpha = I_G \left(\frac{d\omega}{dt} \right)$$

$$I_G = k b^2$$

$$\sum M_G = \frac{d}{dt} (I_G \omega)$$

$$\sum \int_{t_1}^{t_2} M_G dt = I_G \omega_2 - I_G \omega_1$$

Entorno a un eje fijo en un punto O se convierte en

$$\sum \int_{t_1}^{t_2} M_O dt = I_O \omega_2 - I_O \omega_1$$

Resumiendo, si el movimiento ocurre en el plano "x" "y" pueden escribirse tres ecuaciones escalares

$$m(V_{Gx})_1 + \sum \int_{T_1}^{T_2} F_x dt = m(V_{Gx})_2$$

$$m(V_{Gy})_1 + \sum \int_{T_1}^{T_2} F_y dt = m(V_{Gy})_2$$

$$I_G \omega_1 + \sum \int_{T_1}^{T_2} M_G dt = I_G \omega_2$$

También se puede aplicar a todo el sistema de cuerpos conectados, en lugar de hacerlo por separado.

Así se elimina la necesidad de incluir los impulsos de reacción que ocurren en las reacciones conexiones porque estos se ven internos del sistema.

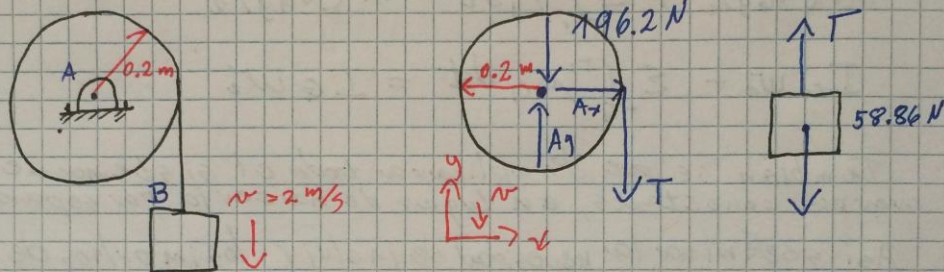
$$\left(\sum \text{momento lineal del sistema} \right)_{x_1} + \left(\sum \text{impulso lineal del sist.} \right)_{x(1-2)} = \left(\sum \text{momento lineal del sist} \right)_{x_2}$$

$$\left(\sum \text{momento lineal del sist} \right)_{y_1} + \left(\sum \text{impulso lineal sist} \right)_{y(1-2)} = \left(\sum \text{momento lineal sistema} \right)_{y_2}$$

$$\left(\sum \text{momento angular sistema} \right)_{O_1} + \left(\sum \text{impulso angular sistema} \right)_{O(1-2)} = \left(\sum \text{momento angular sist} \right)_{O_2}$$

El momento e impulso angulares del cuerpo deben calcularse respecto desde el punto fijo O de referencia para todos los cuerpos del sistema.

Ej) El bloque tiene $m = 6 \text{ kg}$ está unido a una cuerda enrollada en torno de un disco de 20 kg cuyo momento de inercia es $I_A = 0.40 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Si el bloque se desplaza inicialmente hacia abajo con una rapidez de 2 m/s , determine la rapidez en $t = 3 \text{ seg}$. Desprecie masa de la cuerda.



El movimiento del bloque B hacia abajo (V_B) hace que la ω del disco ocurra en sentido de las manecillas del reloj.

Principio de impulso y el momento

$$\text{Disco } \left(\sum I_A \omega_1 + \sum \int M_A dt = I_A \omega_2 \right)$$

$$0.40 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 (\omega_1) + T(3 \text{ seg})(0.2 \text{ m}) = 0.40 \omega_2$$

Bloque

$$m_B (V_B)_1 + \sum \int F_y dt = m_B (V_B)_2$$

$$-6 \text{ kg} (2 \text{ m/s}) + T(3 \text{ seg}) - 58.86 \text{ N}(3 \text{ seg}) = -6 \text{ kg} (V_B)_2$$

Cinematica

$$\omega = V_B / r$$

$$\omega_1 = (2 \text{ m/s}) / (0.2)$$

$$\omega_1 = 10 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = (V_B)_2 / 0.2 \text{ m}$$

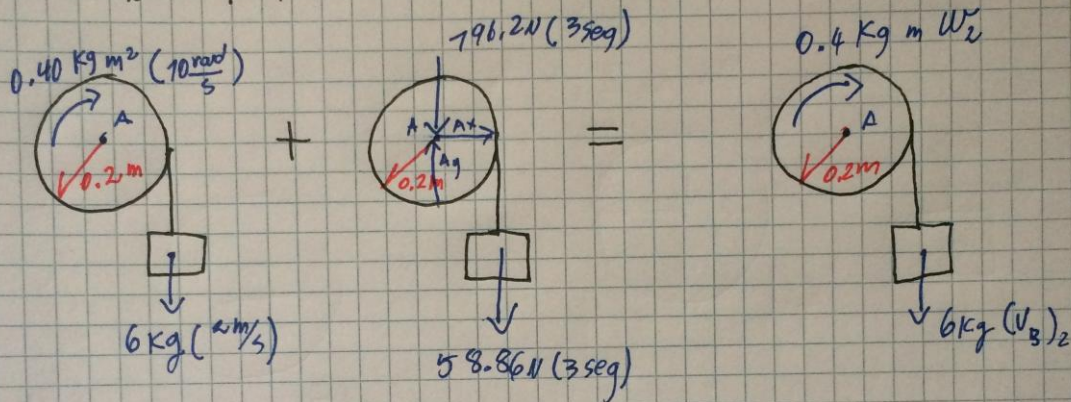
$$\omega_2 = 5 (V_B)_2$$

$$\text{Al sust y despejar eq} \Rightarrow (V_B)_2 = 13 \text{ m/s} \downarrow$$

Solución II

Es posible obtener $(V_B)_2$ al considerar el sistema del bloque, cuerda y disco.

El principio del impulso angular y el momento en torno al punto A.



$$\omega_1 = 10 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = 5 (V_B)_2$$

$$\left(\sum \text{mom angular sist} \right)_{A1} + \left(\sum \text{impulso ang sist} \right)_{A(t_1 \rightarrow t_2)} = \left(\sum \text{momento ang sist} \right)_{A2}$$

o +

$$6 \text{ kg} (2 \text{ m/s}) (0.2 \text{ m}) + (0.4 \text{ kg m}^2) (10 \text{ rad/s}) + 58.86 \text{ N} (3 \text{ seg}) (0.2 \text{ m}) = 6 \text{ kg} (V_B)_2 (0.2) + 0.40 \text{ kg m}^2 [5 (V_B)_2 (0.2)]$$

resolviendo

$$(V_B)_2 = 13.0 \text{ m/s} \downarrow$$